

**Задача 1.** Пусть  $ABCD$  — пространственный четырёхугольник. Точки  $K_1$  и  $K_2$  делят соответственно стороны  $AB$  и  $DC$  в отношении  $\alpha$ ; точки  $K_3$  и  $K_4$  делят соответственно стороны  $BC$  и  $AD$  в отношении  $\beta$ . Докажите, что отрезки  $K_1K_2$  и  $K_3K_4$  пересекаются.

**Задача 2.** Докажите, что не существует попарно различных натуральных чисел  $a, b, c, d$ , для которых было бы справедливо соотношение  $a^a + b^b = c^c + d^d$ .

**Задача 3.** В турнире участвовало 20 футбольных команд. В первый день все команды сыграли по одной игре. Во второй также все команды сыграли по одной игре. Докажите, что после второго дня можно указать такие 10 команд, что никакие две из них не играли друг с другом.

**Задача 4.** В таблице

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & 9 \\ 9 & 0 & 1 & \dots & 8 \\ 8 & 9 & 0 & \dots & 7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

отмечено 10 чисел так, что в каждой строке и в каждом столбце отмечено ровно одно число. Докажите, что среди отмеченных чисел есть хотя бы два равных.

---

**Задача 1.** Пусть  $ABCD$  — пространственный четырёхугольник. Точки  $K_1$  и  $K_2$  делят соответственно стороны  $AB$  и  $DC$  в отношении  $\alpha$ ; точки  $K_3$  и  $K_4$  делят соответственно стороны  $BC$  и  $AD$  в отношении  $\beta$ . Докажите, что отрезки  $K_1K_2$  и  $K_3K_4$  пересекаются.

**Задача 2.** Докажите, что не существует попарно различных натуральных чисел  $a, b, c, d$ , для которых было бы справедливо соотношение  $a^a + b^b = c^c + d^d$ .

**Задача 3.** В турнире участвовало 20 футбольных команд. В первый день все команды сыграли по одной игре. Во второй также все команды сыграли по одной игре. Докажите, что после второго дня можно указать такие 10 команд, что никакие две из них не играли друг с другом.

**Задача 4.** В таблице

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & 9 \\ 9 & 0 & 1 & \dots & 8 \\ 8 & 9 & 0 & \dots & 7 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

отмечено 10 чисел так, что в каждой строке и в каждом столбце отмечено ровно одно число. Докажите, что среди отмеченных чисел есть хотя бы два равных.

---