

**Задача 1.** На шахматной доске расставляют королей так, чтобы они били все клетки. Каким наименьшим числом королей можно обойтись?

**Задача 2.** Квадрат со стороной 1 целиком покрыт четырьмя одинаковыми кругами. Какой у них может быть наименьший радиус?

**Задача 3.** Обозначим через  $a$  наименьшее число кругов радиуса 2, которыми можно полностью покрыть заданный многоугольник  $M$ , через  $b$  — наибольшее число попарно непересекающихся кругов радиуса 1 с центрами внутри многоугольника  $M$ . Какое из чисел больше:  $a$  или  $b$ ?

**Задача 4.** На круглом столе радиуса  $R$  расположено без наложений  $n$  круглых монет радиуса  $r$ , причём больше нельзя положить ни одной монеты. Докажите, что  $\frac{R}{r} \leq 2\sqrt{n} + 1$ .

**Задача 4'.** На плоскости нарисованы четыре выпуклые фигуры, любые три из которых пересекаются. Докажите, что все четыре фигуры тоже пересекаются.

---

**Задача 5.** Из листа клетчатой бумаги  $29 \times 29$  вырезали 99 квадратов  $2 \times 2$ . Докажите, что из остатка можно вырезать ещё один такой квадрат.

**Задача 6.** Круглый стол покрыт конечным числом круглых салфеток разных размеров. Докажите, что можно выбрать несколько салфеток, которые не пересекаются и покрывают не меньше  $\frac{1}{9}$  площади стола.

**Задача 7.** Пусть  $S$  — площадь выпуклого многоугольника,  $P$  — его периметр,  $R$  — радиус максимального вписанного круга. Докажите, что  $\frac{S}{P} \leq R \leq \frac{2S}{P}$ .

**Задача 8.** Квадратная площадь  $100 \times 100$  выложена квадратной плиткой четырёх цветов: белого, красного, чёрного и зелёного — так, что никакие две плитки одинакового цвета не соприкасаются друг с другом (стороной или углом). Сколько может быть красных плиток?

**Задача 9.** Можно ли прямоугольник  $5 \times 7$  покрыть уголками из трёх клеток (т.е. фигурками, которые получаются из квадрата  $2 \times 2$  удалением одной клетки) в несколько слоёв так, чтобы каждая клетка прямоугольника была покрыта одинаковым числом уголков?