

Определение 1. *Ориентированный граф* — это пара множеств $G = (V, E)$ и отображение $i: E \rightarrow V \times V$. Элементы множества V называются *вершинами* графа G , а элементы множества E — *рёбрами*. Пусть $i(e) = (h, t) \in V \times V$. Тогда вершина h называется *началом* ребра e ; вершина t — *концом* ребра e .

Определение 2. *Неориентированный граф* — это пара множеств $G = (V, E)$ и отображение $i: E \rightarrow V \cup V$. Здесь $V \cup V$ следует рассматривать как мультимножество, то есть множество неупорядоченных пар элементов из V , причём элементы в паре могут совпадать. Пусть $i(e) = \{v_1, v_2\} \in V \cup V$. Тогда вершины v_1 и v_2 называются *концами* ребра e .

Определение 3. Граф $G' = (V', E')$ называется *подграфом* графа $G = (V, E)$, если $V' \subset V$, $E' \subset E$ и соответствующее отображение i' определяется как ограничение отображения i на множество E' .

Определение 4. Ребро e в графе $G = (V, E)$ называется *петлёй*, если найдётся такая вершина v , что $i(e) = (v, v)$ (в ориентированном графе), либо $i(e) = \{v, v\}$ (в неориентированном графе).

Определение 5. Ребра e_1 и e_2 в графе $G = (V, E)$ называются *кратными*, если $i(e_1) = i(e_2)$.

Определение 6. Граф называется *простым*, если он не содержит петель и кратных рёбер.

Определение 7. *Степень вершины* в неориентированном графе — это число рёбер, имеющих эту вершину одним из своих концов (петли считаются дважды). Обозначение: $\deg(v)$.

Определение 8. В неориентированном графе вершина v называется *изолированной*, если $\deg(v) = 0$ и *висячей*, если $\deg(v) = 1$.

Определение 9. *Входящая степень вершины* в ориентированном графе — это число рёбер, заканчивающихся в этой вершине. Обозначение: $\deg^+(v)$.

Определение 10. *Исходящая степень вершины* в ориентированном графе — это число рёбер, начинающихся в этой вершине. Обозначение: $\deg^-(v)$.

Определение 11. *Степень вершины* в ориентированном графе определяется как разность её входящей и исходящей степени: $\deg(v) = \deg^+(v) - \deg^-(v)$.

Определение 12. В ориентированном графе вершина v называется *источником*, если $\deg^+(v) = 0$ и *стоком*, если $\deg^-(v) = 0$.

Определение 13. *Путь* — это чередующаяся последовательность вершин и рёбер $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_k, v_k$, такая что для всех $s = 1, \dots, k$ выполняется равенство $i(e_s) = (v_{s-1}, v_s)$ (в ориентированном графе), либо $i(e_s) = \{v_{s-1}, v_s\}$ (в неориентированном графе). В этом случае говорят, что вершины v_0 и v_k *соединены путём*.

Определение 14. Неориентированный граф называется *связным*, если любые две его вершины соединены путём.

Определение 15. Ориентированный граф называется *связным*, если связан соответствующий ему неориентированный граф.

Определение 16. *Связной компонентой* графа называется любой его максимальный по включению связный подграф.

Определение 17. *Цепь* — это путь, все рёбра которого различны.

Определение 18. *Цикл* — это цепь, начальная и конечная вершины которой совпадают.

Определение 19. Цикл называется *простым*, если его вершины не повторяются.

Определение 20. Цикл называется *Эйлеровым*, если он содержит все рёбра графа ровно по одному разу.

Определение 21. Цикл называется *Гамильтоновым*, если он содержит все вершины графа ровно по одному разу.

Определение 22. *Дерево* — это граф, не содержащий циклов.

Определение 23. Подграф $O \subset G = (V, E)$ называется *остовом*, если он является деревом и его множеством вершин является V .

Определение 24. Граф называется *k-дольным*, если его вершины можно разбить на k классов так, что никакие две вершины одного класса не соединены ребром.

Определение 25. *Хроматическое число* неориентированного графа G — это наименьшее натуральное число k такое, что G является k -дольным. Обозначение: $\chi(G)$.