Задача 1. Последовательность из 36 нулей и единиц начинается с пяти нулей. Среди пятёрок подряд стоящих цифр встречаются все 32 возможные комбинации. Найдите пять последних цифр последовательности.

Задача 2. Двенадцать шахматистов сыграли турнир по системе «каждый с каждым». Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в $(k+1)$-ом — те, кто были в k-ом и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у любого шахматиста 12-ый список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?

Задача 3. В марсианском метро 100 станций, и от любой станции можно доехать до любой другой. Забастовочный комитет хочет закрыть одну из станций так, чтобы между всеми остальными станциями был возможен проезд. Докажите, что такая станция найдётся.

Задача 4. В некоторой стране есть столица и еще 100 городов. Некоторые города (в том числе и столица) соединены дорогами с односторонним движением. Из каждого нестоличного города выходит 20 дорог, и в каждый такой город входит 21 дорога. Докажите, что в столицу нельзя проехать ни из одного города.

Задача 5. В некотором городе на любом перекрестке сходятся ровно 3 улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрестке сходятся улицы трёх разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.

Задача 6. В некоторой стране расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Докажите, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.

Задача 7. В секретной службе работают n агентов. Первый агент следит за тем, кто следит за вторым, второй — за тем, кто следит за третьим, и т. д., n-ый — за тем, кто следит за первым. Докажите, что n нечётно.

Задача 8. В стране n городов. Между каждыми двумя городами установлено воздушное сообщение одной из двух авиакомпаний. Докажите, из этих двух авиакомпаний хотя бы одна такова, что из любого города можно попасть в любой другой рейсами только этой авиакомпании.

Задача 9. Выбежав после уроков на двор, каждый школьник кинул снежком ровно в одного другого школьника. Докажите, что всех учащихся можно разбить на три команды так, что члены одной команды друг в друга снежками не кидали.

Задача 10. В стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.

Задача 11. В некоторой стране есть военные базы, соединенные дорогами. Набор дорог называется *важным,* если после закрытия этих дорог найдутся две базы, не соединенные путем. Важный набор называется *стратегическим,* если он не содержит меньшего важного набора. Докажите, что множество дорог, каждая из которых принадлежит ровно одному из двух различных стратегических наборов, образует важный набор.