

Тригонометрия

"Числовые тождества"

Формулы тройных углов:

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha; \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha;$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad \operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}^3 \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1};$$

Вычислите:

Задача 1. $\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ;$

Задача 2. $\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 80^\circ;$

Задача 3. $\sin(\frac{3\pi}{10}) - \sin(\frac{\pi}{10});$

Задача 4. $\frac{\operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ + \operatorname{ctg} 50^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ}{\cos 20^\circ};$

Задача 5. $\cos(\frac{4\pi}{9}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{9}) \cdot \cos(\frac{\pi}{9});$

Задача 6. $\operatorname{tg} 9^\circ + \operatorname{tg} 15^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{ctg} 27^\circ + \operatorname{ctg} 15^\circ + \operatorname{ctg} 9^\circ;$

Задача 7. $\cos(\frac{\pi}{33}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{33}) \cdot \cos(\frac{4\pi}{33}) \cdot \cos(\frac{8\pi}{33}) \cdot \cos(\frac{16\pi}{33});$

Задача 8. $\operatorname{ctg} 70^\circ + 4 \cos 70^\circ;$

Задача 9. $\sin 18^\circ \cdot \sin 54^\circ;$

Задача 10. $\cos(\frac{2\pi}{7}) + \cos(\frac{4\pi}{7}) + \cos(\frac{6\pi}{7});$

Задача 11. $\cos(\frac{\pi}{7}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{7}) \cdot \cos(\frac{4\pi}{7});$