

Тригонометрия

Тригонометрические тождества

Задача 1. а) При помощи формул синуса и косинуса суммы преобразуйте в сумму выражения $\sin \alpha \sin \beta$, $\sin \alpha \cos \beta$, $\cos \alpha \cos \beta$;

б) Преобразуйте в произведение выражения $\sin x \pm \sin y$, $\cos x \pm \cos y$.

в) Представьте в виде отношения выражения $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta$.

Задача 2. Преобразуйте в произведение тригонометрических функций $\frac{1}{4}(\sqrt{2} - 2 \cos \alpha)$.

Задача 3. В каких пределах находится отношение суммы катетов к гипотенузе в прямоугольном треугольнике?

Задача 4. Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos \alpha \cos 3\alpha}$;

Докажите тождества:

Задача 5. $\frac{2 \cos^2 2\beta + \cos 5\beta - 1}{\sin 5\beta + 2 \cos 2\beta \sin 2\beta} = \operatorname{ctg} 4,5\beta$.

Задача 6. $\frac{\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha}{2(\cos \alpha + \cos 3\alpha)} = \cos \alpha \operatorname{tg} 2\alpha$.

Задача 7. $\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 6\alpha + \cos 7\alpha = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{5\alpha}{2} \cdot \cos 4\alpha$.

Задача 8. $\sin 9\alpha + \sin 10\alpha + \sin 11\alpha + \sin 12\alpha = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{21\alpha}{2} \cdot \cos \alpha$.

Задача 9. $\cos \alpha + \sin \alpha + \cos 3\alpha + \sin 3\alpha = 2\sqrt{2} \cos \alpha \cdot \sin(\frac{\pi}{4} + 2\alpha)$.

Задача 10. $\frac{\sin 2\alpha - \sin 3\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 3\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg} 3\alpha$.

Задача 11. $\frac{\cos(\frac{5\pi}{2} - 6\alpha) + \sin(\pi + 4\alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}{\sin(\frac{5\pi}{2} + 6\alpha) + \cos(4\alpha - 2\pi) + \cos(2\pi + \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha$.

Задача 12. $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 4 \sin^2 \frac{\alpha - \beta}{2}$.

Задача 13. $\sin \alpha + \sin(\alpha + \frac{14\pi}{3}) + \sin(\alpha - \frac{8\pi}{3}) = 0$.

Задача 14. $\frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha + 1 - 2 \sin^2 2\alpha} = 2 \sin \alpha$.

Задача 15. $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1$.

Задача 16. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)$.

Задача 17. $\cos 4\alpha - \sin 4\alpha \operatorname{ctg} 2\alpha = \cos 2\alpha - 2 \cos^2 \alpha$.

Задача 18. $1 - \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha + \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Задача 19. $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} 3\alpha + \operatorname{ctg} 3\alpha = 8 \cdot \frac{\cos^2 2\alpha}{\sin 6\alpha}$.

Задача 20. $\cos 4\alpha \operatorname{tg} 2\alpha - \sin 4\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}$.

Задача 21. $\frac{\sin 7\alpha}{\sin \alpha} - 2(\cos 2\alpha + \cos 4\alpha + \cos 6\alpha) - 1 = 0$.

Задача 22. $\frac{\cos 4\alpha + 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{2} \sin 4\alpha$.