

Теория вероятностей 1.

Задача 1. Вася выполняет задание тестовой части ЕГЭ наугад, выбирая случайный из четырех предложенных вариантов ответа. Считая, что в тестовой части ЕГЭ 14 вопросов, найдите вероятность того, что Вася наберет а) ровно 5 правильных ответов; б) не более пяти правильных ответов.

Задача 2. В школе №179 две раздевалки большого размера. Приходя в школу, каждый из 23ех учеников 9Б случайным образом выбирает раздевалку, чтобы оставить там свою куртку. Найдите а) вероятность того, что дети распределятся "пополам": 12 в одной раздевалке и 11 в другой; б) вероятность того, что разница количеств курток в раздевалках не превышает 5.

Задача 3. Вдоль дороги стоит 9 фонарей. Если перегорел один из них, а соседние светят, то дорожная служба не беспокоится. Но если перегорают два фонаря подряд, то дорожная служба сразу меняет все перегоревшие фонари. Каждый фонарь перегорает независимо от других.

- а) Найдите вероятность того, что при очередной замене придётся поменять ровно 4 фонаря.
- б) Найдите математическое ожидание числа фонарей, которые придётся поменять при очередной замене.

Задача 4. В игре "Что? Где? Когда?" разыгрываются 13 конвертов с вопросами от телезрителей. Конверты выбираются по очереди в случайном порядке с помощью волчка. Если знатоки отвечают верно, зарабатывают очко, если неверно – одно очко достаётся телезрителям. Игра оканчивается, как только одна из команд набрала 6 очков. Предположим, что силы команд Знатоков и Телезрителей равны.

- а) Найдите математическое ожидание числа очков, набранных командой Знатоков за 100 игр.
- б) Найдите вероятность того, что в следующей игре конверт №5 будет разыгран.

Задача 5. Самолет Боинг 777 вылетает с полной загрузкой в 400 пассажиров. В полете пассажирам будут предлагать питание: рыбу или курицу. Известно, что пассажиры выбирают рыбу и курицу равновероятно. Найдите:

- а) Наиболее математическое ожидание числа недовольных пассажиров, которым не досталось желаемого питания, если на борту 200 порций рыбы и 200 — курицы.
- б) Какое количество запасных порций нужно взять, чтобы недовольных не оказалось с вероятностью не менее 0,95;
- в)* Решите пункты а) и б) в предположении, что рыбу выбирают с вероятностью 40%, а курицу — с вероятностью 60%.

Задача 6. В Сочинском аэропорту Сергей Андреевич с семьей ждет свой багаж, состоящий из двух чемоданов и двух лыжных чехлов. Все 200 единиц багажа из его самолета выкладывают на один ленточный транспортер в случайном порядке. Найдите матожидание номера а) первого из четырех баулов Сергея Андреевича; б) последнего из четырех баулов.

Задача 7. Последовательность состоит из 19 единиц и 49 нулей, стоящих в случайном порядке. Назовём группой максимальную подпоследовательность из одинаковых символов. Например, в последовательности 1100010011111 пять групп: две единицы, потом три нуля, потом одна единица, потом два нуля и, наконец, четыре единицы. Найдите математическое ожидание длины первой группы.

Задача 8*. На новый год в казино запустили праздничную рулетку. Внешне она была похожа на классическую: 18 черных и 18 красных секторов, пронумерованных числами от 1 до 36, и уникальный сектор "Зеро". Каждый раунд случайным образом выбирался сектор, а игроки могли делать ставку на то, каким он окажется: красным, черным, с четным номером, с нечетным или это будет Зеро. Если выпадет сектор, на который делалась ставка, то она возвращается игроку в удвоенном размере. Но, в отличие от классической рулетки, здесь можно было сыграть только три раунда и выпадение Зеро считалось выигрышем всех ставок сразу (т е этот сектор считался одновременно красным, черным, четным и нечетным). Предположим, у вас есть 40

000 рублей, а максимальный выигрыш составляет 100 000 (т.е. если в результате выигрыша у вас на руках оказывается больше 100 000, то казино немедленно забирает "лишнее"). Вычислите матожидание выигрыша при оптимальной стратегии игры.