График функции.

Часть 2. Решение уравнений.

Задача 1. Решите графически уравнения:

а) $3 - x^2 = \dfrac{6}{2-x}$

б)$^\circ$ $2 - 2x - x^2 = \dfrac{6}{x+3}$

в) $(x+2)^3 + \dfrac{3}{x} + 2 = 0$

г) $1 + \sqrt{2-x} = \dfrac{2}{x}$

д)$^\circ$ $\sqrt{2x+4} - 1 = (x+1)^3$

е)$^\circ$ $\sqrt{x+3} = \dfrac{x^2+2x}{3} + 1$

ж) $\dfrac{4}{|x-1|} = |x - 2,5| - 1,5$

з)$^\circ$ $|3-x| - 3 = 2|x| - x^2$

и) $(x-1)^3 = |x^2 - 4x + 3|$

к)$^\circ$ $1 + 2x - x^2 = \sqrt{|x-1|}$

Задача 2. Сколько решений имеют уравнения в зависимости от параметра a?

а) $\sqrt{4-x^2} = |x| + a$

б)$^\circ$ $\sqrt{1-x^2} = |x-a|$

Задача 3. При каких значениях параметра уравнения имеют единственное решение?

а) $|x+3| = a|x-2|$

б) $\dfrac{x^2 + (3a-1)x + 2a^2 - 2}{x^2 - 3x - 4} = 0$

в)$^\circ$ $\dfrac{x^2 + (3-2k)x + 4k - 10}{\sqrt{2x^2 - 2x - 1}} = 0$

г)$^\circ$ $x^{10} - a|x| + a^2 - a = 0$

д) $\dfrac{x^{1990}}{2} - \dfrac{x^2+a}{x^2+1} + a^2 = 0$

Задача 4. Докажите, что график многочлена $x^3 + px + q$:

а) при $p \geqslant 0$ пересекает каждую горизонтальную прямую единственной точке.

б) при $p < 0$ пересекает некоторые горизонтальные прямые в трех точках.

Задача 5. Докажите, что график многочлена **а)** $x^3 + px$ **б)** $x^3 + px + q$ **в)** $ax^3 + bx^2 + cx + d$ имеет центр симметрии.

Задача 6*. Докажите, что можно выбрать такие вещественные числа $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$, что уравнение

$$(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_{10}) = (x+a_1)(x+a_2)\cdots(x+a_{10})$$

имеет ровно 5 различных вещественных корней.