
Поворот на 90°

1. На сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ взяты соответственно точки N, K, L, M , делящие эти стороны в одном и том же отношении (при обходе по часовой стрелке). Докажите, что $KLMN$ — также квадрат.
2. Внутри квадрата $A_1A_2A_3A_4$ взята точка P . Из вершины A_1 опущен перпендикуляр на A_2P , из A_2 — перпендикуляр на A_3P , из A_3 — на A_4P , из A_4 — на A_1P . Докажите, что все четыре перпендикуляра (или их продолжения) пересекаются в одной точке.
3. Два квадрата $BCDA$ и $BKMN$ имеют общую вершину B . Докажите, что медиана BE треугольника ABK и высота BF треугольника CBN лежат на одной прямой. (Вершины обоих квадратов перечислены по часовой стрелке.)
4. В треугольнике ABC проведены медиана CM и высота CH . Прямые, проведенные через произвольную точку P плоскости перпендикулярно CA, CM и CB , пересекают прямую CH в точках A_1, M_1 и B_1 . Докажите, что $A_1M_1 = B_1M_1$.
5. Дан треугольник ABC . На его сторонах AB и BC построены внешним образом квадраты $ABMN$ и $BCPQ$. Докажите, что центры этих квадратов и середины отрезков MQ и AC образуют квадрат.
6. На катетах CA и CB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC выбраны соответственно точки D и E так, что $CD = CE$. Продолжения перпендикуляров, опущенных из точек D и C на прямую AE , пересекают гипотенузу AB соответственно в точках K и L . Докажите, что $KL = LB$.