
Площадь × Площадь

1. Докажите, что если диагональ какого-нибудь четырёхугольника делит другую диагональ пополам, то она разбивает этот четырёхугольник на две равновеликие части.
2. Многоугольник описан вокруг окружности радиуса r . Докажите, что его площадь равна pr , где p – полупериметр многоугольника. Что эта формула даёт, если в качестве многоугольника взять треугольник.
3. Докажите, что $S_{ABC} = (p - a) \cdot r_a$.
4. Докажите, что а) $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$; б) $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$.
5. Докажите, что биссектриса треугольника делит его сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.
6. Докажите, что $S_{ABC} \leq \frac{1}{2}a \cdot b$
7. Дан четырёхугольник $ABCD$. Докажите, что а) $S_{ABCD} \leq \frac{1}{2}(AB \cdot BC + CD \cdot AD)$; б) $S_{ABCD} \leq \frac{1}{2}(AB \cdot CD + BC \cdot AD)$.