Определение. Пусть в пространстве заданы две плоскости π и π', параллельные или непараллельные между собой. Пусть O — точка, не лежащая ни на π, ни на π'. *Центральной проекцией π на π' с центром O* называется отображение, сопоставляющее каждой точке $P \in \pi$ точку $P' \in \pi'$ пересечения прямой OP с плоскостью π' Пусть l — прямая, не параллельная ни π, ни π'. *Параллельной проекцией π на π' вдоль l* называется отображение, сопоставляющее каждой точке $P \in \pi$ такую точку $P' \in \pi'$, что прямая PP' параллельна прямой l.

Определение. Пусть π — плоскость. Добавим к каждой прямой на ней *«бесконечно удалённую» точку,* причём будем считать, что «бесконечно удалённые» точки у параллельных прямых совпадают, а у непараллельных — различны. Скажем также, что «бесконечно удалённые» точки всех прямых составляют *«бесконечно удалённую» прямую.* То, что получилось, называется *проективной плоскостью $\bar{\pi}$.*

1. Докажите, что любые две различные прямые на проективной плоскости имеют единственную общую точку, а через любые две различные точки на проективной плоскости проходит единственная прямая.

2. Докажите, что центральная проекция π на π' с центром O продолжается до взаимно однозначного отображения $\bar{\pi}$ на $\bar{\pi}'$, переводящего прямые в прямые (оно называется *центральной проекцией $\bar{\pi}$ на $\bar{\pi}'$ с центром O).* Аналогично для параллельной проекции.

Определение. Любое отображение $\bar{\pi}$ на себя, которое можно представить в виде композиции центральных и параллельных проекций, называется *проективным преобразованием.*

3. Докажите, что с помощью проективного преобразования $\bar{\pi}$ можно перевести любые две точки в «бесконечно удалённые».

4. Докажите, что с помощью проективного преобразования $\bar{\pi}$ на $\bar{\pi}$ можно перевести любые три различные *коллинеарные* (лежащие на одной прямой) точки в любые другие три различные коллинеарные точки.

5. Докажите, что отрезок нельзя разделить пополам с помощью одной линейки.

6. Докажите, что с помощью проективного преобразования $\bar{\pi}$ можно перевести любую четвёрку точек, никакие три из которых не коллинеарны, в любую другую четвёрку точек с тем же условием, причём такое проективное преобразование единственно.

7. Докажите, что любое взаимно однозначное преобразование проективной плоскости в себя, переводящее прямые в прямые, есть проективное преобразование.

8. (*Теорема Паппа*) Пусть вершины шестиугольника $ABCDEF$ лежат попеременно на двух прямых. Докажите, что точки пересечения противоположных сторон этого шестиугольника коллинеарны.

9. На плоскости даны четыре прямые образующие полный четырёхсторонник. Докажите, что точки пересечения высот получившихся четырёх треугольников лежат на одной прямой.

10. (*Теорема Дезарга*) Пусть заданы два треугольника ABC и $A'B'C'$, причём прямые AA', BB' и CC' *конкурентны* (пересекаются в одной точке). Докажите, что точки пересечения соответственных сторон треугольников ABC и $A'B'C'$ коллинеарны.

11. Верна ли теорема, обратная теореме Дезарга?

	Фамилия, Имя	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Андреев Валентин											
2.	Большаков Иван											
3.	Гайворонский Андрей											
4.	Говорухин Ярослав											
5.	Дегтярев Федор											
6.	Денисенко Анна											
7.	Зайцев Андрей											
8.	Карпов Андрей											
9.	Константиновский Никита											
10.	Левинсон Татьяна											
11.	Луценко Михаил											
12.	Мирошниченко Вероника											
13.	Нагайко Иван											
14.	Назаров Борис											
15.	Парубченко Александр											
16.	Перунов Иван											
17.	Пчелина Дарья											
18.	Рудько Юрий											
19.	Скурида Василий											
20.	Смык Екатерина											
21.	Фельдшеров Святослав											
22.	Чибрикин Тимофей											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11