- Если точка $M(x_0;y_0)$ — середина отрезка с концами в точках $A(x_1;y_1)$и $B(x_2;y_2)$, то $x_0 = \frac{x_1+x_2}{2}$ и $y_0 = \frac{y_1+y_2}{2}$.
- Квадрат расстояния между точками $A(x_1;y_1)$и $B(x_2;y_2)$ равен

$$(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2.$$

- Окружность радиуса R с центром в точке $A(a;b)$ имеет уравнение вида

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2.$$

- Любая прямая в декартовых координатах xOy имеет уравнение вида

$$ax+by+c=0,$$

где a, b, c — некоторые числа, причем хотя бы одно из чисел a, b отлично от нуля.
- Любая прямая, не параллельная оси ординат, имеет уравнение вида

$$y=kx+l.$$

Число k называется угловым коэффициентом прямой. Угловой коэффициент прямой с точностью до знака равен тангенсу острого угла, который образует прямая с осью абсцисс.

Задачи

1°. Известно, что прямая с угловым коэффициентом k проходит через точку $M(x_0;y_0)$. Докажите, что её уравнение имеет вид $y-y_0=k(x-x_0)$.

2°. Известно, что прямая проходит через точки $M(x_1;y_1)$ и $N(x_2;y_2)$, причём $x_1\neq x_2$, $y_1\neq y_2$. Докажите, что её уравнение имеет вид

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

3°. Докажите, что прямые, заданные уравнениями $y=k_1x+l_1$ и $y=k_2x+l_2$ перпендикулярны тогда и только тогда, когда $k_1k_2=-1$.

– 2 –

4. Даны точки $A(1;-7)$ и $B(-3;5)$. Найдите расстояние от начала координат до середины отрезка AB.

5. Даны точки $A(3;5)$, $B(-6;-2)$ и $C(0;-6)$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

6. Даны точки $A(-2;-2)$, $B(0;4)$ и $C(1;-3)$. Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

7. Докажите, что точки $A(-1;-2)$, $B(2;-1)$ и $C(11;2)$ лежат на одной прямой.

8. Дана точка $M(1;-3)$. Найдите координаты точки, симметричной M относительно а) начала координат; б) точки $K(-3;-1)$; в) биссектрисы I и III координатных углов; г) биссектрисы II и IV координатных углов.

9. Даны точки $A(-2;-1)$, $B(5;5)$, $C(0;0)$, $D(2;3)$. Укажите те из них, которые лежат на прямой $3x-4y+5=0$.

10. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1;3)$ параллельно а) оси Ox; б) оси Oy.

11. Найдите расстояние от начала координат до точки пересечения прямых $x-y-1=0$ и $x+3y-12=0$.

12. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-6)$ параллельно прямой $2x-3y+4=0$.

13. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x+2y-5=0$ и $x-3y+2=0$ параллельно оси абсцисс.

14. Даны точки $A(-1;1)$, $B(-1;-1)$ и $C(3;3)$. Составьте уравнения прямых, на которых лежат стороны треугольника ABC.

15. Найдите радиус и координаты центра окружности, заданной уравнением
а) $x^2+y^2-4(x-3y)-9=0$;
б) $x^2+y^2=x-y+\frac{7}{2}$.

16. Даны точки $A(2;0)$, $B(6;0)$ и $C(2;6)$. Составьте уравнение окружности, описанной около треугольника ABC.

17. Найдите длину хорды, которую на прямой $y=-3x$ высекает окружность $(x-1)^2+(y-2)^2=25$.

18. Докажите, что прямая $3x+4y+10=0$ касается окружности $x^2+y^2=4$, и найдите координаты точки касания.

19. Найдите координаты точек пересечения окружностей $(x-2)^2+(y-10)^2=50$ и $x^2+y^2+2(x-y)-18=0$.

– 3 –

20. Составьте уравнение окружности, касающейся осей координат и проходящей через точку $A(-2;1)$.

21. Даны точки $A(-6;-1)$ и $B(4;6)$. Найдите координаты точки C, делящей отрезок AB в отношении $2:3$, считая от точки B.

22. Дана точки $A(5;4)$, $B(7;-2)$ и $C(-3;0)$. Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника ABC.

23. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки $A(-2;3)$, $B(6;-1)$ и $C(-5;-3)$.

24. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(4;-3)$ и касающейся окружности $(x-15)^2+$ $+(y-2)^2=25$.

25. Даны точки $A(3;1)$, $B(-3;8)$, $C(-7;5)$ и $D(-8;-2)$. Докажите, что диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны.

26. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;3)$ перпендикулярно прямой $x=2y$.

27. Даны точки $A(9;0)$, $B(-2;-5)$, $C(1;4)$. Составьте уравнение прямой, на которой лежит высота треугольника ABC, проведенная из точки A.

28. Даны точки $A(5;-1)$, $B(4;-8)$, $C(-4;-4)$. Найдите координаты точки пересечения высот треугольника ABC.

29. С помощью метода координат докажите, что суммы квадратов расстояний от произвольной точки плоскости до противоположных вершин прямоугольника равны между собой.

30. С помощью метода координат найдите геометрическое место точек плоскости, разность квадратов расстояний от которых до двух данных точек постоянна.

31. Даны точки A и B. Найдите геометрическое место точек M, для которых $AM=2BM$.

32. Даны точки A, B и положительное число d. Найдите геометрическое место точек M, для которых AM^2+ $+BM^2=d$.

33. Найдите расстояние между параллельными прямыми $y=-3x+5$ и $y=-3x-4$.

– 4 –

34. Докажите, что расстояние от точки $M(x_0;y_0)$ до прямой, заданной уравнением $ax+by+c=0$, равно

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

35. Точка M лежит на окружности $x^2+y^2-8x+2y=8$, а точка N — на прямой $4y=3x+36$. Найдите наименьшее расстояние между точками M и N.

36. Две окружности касаются внешним образом в точке A. Прямая, проходящая через точку A вторично пересекает окружности в точках B и C. Найдите геометрическое место середин отрезков BC.

37. Даны точки $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ и неотрицательное число λ. Найдите координаты точки M луча AB, для которой $AM:AB=\lambda$.

38. Даны точки $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ и прямая $ax+by+c=0$. Известно, что $ax_1+by_1+c>0$ и $ax_2+by_2+c<0$. Докажите, что точки A и B лежат по разные стороны от этой прямой.

39. Найдите наименьшее значение выражения

$$|a+b|+\sqrt{(a+1)^2+(b-4)^2}.$$

40. На координатной плоскости нарисовали график функции $y=x^2$, а затем стерли оси координат. Восстановите их с помощью циркуля и линейки.

Каждая задача раздела 2 оценивается в 1 балл, раздела 3 — в 2 балла, раздела 4 — в 4 балла.
Оценка «5» ставится начиная с 28 набранных баллов, оценка «4»— начиная с 20 баллов, оценка «3»— начиная с 15 баллов.

Решения задач необходимо сдать в отдельной тонкой тетради, не позднее 4 февраля (пятница) к началу первого урока.