

**Определение 1.** Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называется такое неотрицательное число  $x$ , что  $x^2 = a$ . Обозначение:  $x = \sqrt{a}$ .

### Свойства корня.

1. Если  $\sqrt{a} = b$ , то  $b^2 = a$  и  $b \geq 0$ .
2. Если  $a \geq 0$  и  $b \geq 0$ , то  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ .
3. Если  $a \geq 0$  и  $b > 0$ , то  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .
4. Если  $a \geq 0$ , то  $\sqrt{a^2} = a$ .
5.  $\sqrt{a^2} = |a|$  при любом  $a$ .

### Задачи.

1. Вынесите множитель из под знака квадратного корня.

- а)  $\sqrt{25 \cdot 81 \cdot 8}$ ,  $\sqrt{50}$ ,  $\sqrt{1996}$ ,  $\sqrt{6272}$ ,  $\sqrt{20!}$ ;      б)  $\sqrt{a^2 \cdot b^4 \cdot c}$ ,  $a \leq 0$ ,  $c \geq 0$ ;  
 в)  $\sqrt{18(a^2 - 2ab + b^2)}$ ,  $a \leq b$ ;      г)  $\sqrt{(a^2 + 1)(2 - a^2 - \frac{1}{a^2})^2}$ ,  $a \neq 0$ ;  
 д)  $\sqrt{(\sqrt{a} + 1)(a + b - 2\sqrt{ab})}$ ,  $b \geq a \geq 0$ .

2. Внесите множитель под знак квадратного корня.

- а)  $(3b - 1)\sqrt{3}$ ,  $b > 2$ ;      б)  $(a - b)\sqrt{a + b}$ ,  $a \geq b \geq 0$ ;      в)  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ .

3. Упростите выражение.

- а)  $\sqrt{63} - 3\sqrt{1,75} - 0,5\sqrt{343} + \sqrt{112}$ ;      б)  $\frac{1 - \sqrt{10}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{7}{2\sqrt{2} + 1} - \frac{11 - 5\sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}}$ .

4. Упростите выражение.

- а)  $\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ ;      б)  $\frac{a - 6\sqrt{ab} + 9b}{3\sqrt{b} - \sqrt{a}}$ ;      в)  $\frac{4 - x}{2 + \sqrt{x}}$ ;      г)  $\frac{9a - 4b}{3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}}$ ;      д)  $\frac{a - 2\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ ;  
 е)  $\frac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a + \sqrt{ab} + b}$ ;      ж)  $\frac{27\sqrt{x^3} + 8\sqrt{y^3}}{3\sqrt{x} + 2\sqrt{y}}$ ;      з)  $\frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ ;      и)  $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{ab} - b}$ ;      к)  $\frac{c - d}{c\sqrt{d} - d\sqrt{c}}$ .

5. Упростите выражение.

- а)  $\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$ ;      б)  $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}\right)^2$ ;  
 в)  $\frac{x - 1}{x + \sqrt{x} + 1} : \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} - 1} + 2\sqrt{x}$ ;  
 г)  $\left(\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^3 + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{3a^2 + 3b\sqrt{ab}} + \frac{a + \sqrt{ab}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{a}}\right)^2 \cdot (a^2 + ab - 2b^2)^2$ ;  
 д)  $\frac{1 - \frac{1}{x^2}}{\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}} - \frac{2}{x\sqrt{x}} + \frac{\frac{1}{x^2} + x}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}}$ ;      е)  $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4b}{(a - b) : (\frac{1}{\sqrt{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}})} : \frac{a + 9b + 6\sqrt{ab}}{\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}}$ .

6. Сравните числа.

- а)  $\sqrt{5}$  и  $\frac{9}{4}$ ;      б)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  и 3;      в)  $\sqrt{15} + \sqrt{17}$  и  $\sqrt{13} + \sqrt{19}$ .

7. Упростите выражение.

- а)  $\sqrt{x + 2\sqrt{2x - 4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x - 4}}$ ;      б)  $\frac{\sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}} + 2}{\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} - 2}$ .

8. Вычислите.

- а)  $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ ;      б)  $\sqrt{|40\sqrt{2} - ?|} - \sqrt{|40\sqrt{2} + ?|}$ ;      в)  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{200} + \sqrt{199}}$ .