

**Задача 1.** Нарисуйте: **а)**  $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 \geq |z - i|\}$ ; **б)**  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 1\}$ ; **в)**  $\left\{\frac{1+ti}{1-ti} \mid t \in \mathbb{R}\right\}$ .

**Задача 2.** Даны два комплексных числа  $a$  и  $b$ . Опишите множество таких  $z \in \mathbb{C}$ , что  $(z - a)/(z - b)$

- а) вещественное число;  
б) чисто мнимое число.  
в) Какое множество точек задается уравнением  $(z - a)(\bar{z} - \bar{b}) = (z - b)(\bar{z} - \bar{a})$ ?

**Задача 3.** Опишите геометрически преобразование плоскости, заданное формулой:

- а)  $z \mapsto z + w$ , где  $w$  — комплексное число;
- б)  $z \mapsto kz$ , где  $k$  — вещественное число;
- в)  $z \mapsto 2z + 1$ ;
- г)  $z \mapsto \bar{z}$ ;
- д)  $z \mapsto wz$ , где  $w$  — комплексное число и  $|w| = 1$ ;
- е)  $z \mapsto wz$ , где  $w$  — произвольное комплексное число.

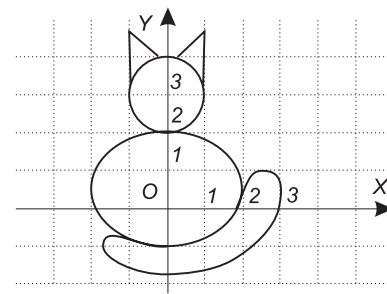
**Задача 4.** Запишите как функцию комплексной переменной (можно использовать переменную  $z$ , комплексные числа и операции сложения, вычитания, умножения, деления, сопряжения)

- а) симметрию относительно оси  $y$ ;
- б) ортогональную проекцию на ось  $x$ ;
- в) центральную симметрию с центром  $A$ ;
- г) поворот на угол  $\varphi$  относительно точки  $A$ ;
- д) гомотетию с коэффициентом  $k$  и центром  $A$ ;
- е) симметрию относительно прямой  $y = 3$  со сдвигом на 1 влево;
- ж) поворот, переводящий ось  $x$  в прямую  $y = 2x + 1$ ;
- з) симметрию относительно прямой  $y = 2x + 1$ .

**Задача 5.** Пусть карты из задачи 16 листка 19 лежат на комплексной плоскости. Докажите, что найдутся такие  $q, b \in \mathbb{C}$ , что если  $z \in \mathbb{C}$  — любая точка на первой карте, то этой же точкой местности на второй карте будет точка  $qz + b$ . Выразите с помощью  $q$  и  $b$  точку, изображающую на картах одну и ту же точку местности.

**Задача 6.** Куда отображение  $z \mapsto z^2$  переводит

- а) декартову координатную сетку;
- б) полярную координатную сетку;
- в) окружность  $|z + i| = 1$ ;
- г) кошку (рис. справа)?
- д) Те же вопросы для отображения  $z \mapsto 1/z$ .
- е) (*Инверсия*) Те же вопросы для отображения  $z \mapsto 1/\bar{z}$ .



### Задача 7. Куда отображение

- а)  $z \mapsto 1/z$ ;  
 б)\*  $z \mapsto 0,5(z + 1/z)$   
 переводит множество  $\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im}(z) > 0, |z| \leq 1\}$ ?

**Задача 8\*.** Куда отображение  $z \mapsto e^z$  переводит полосу  $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 \leq \operatorname{Im}(z) < 2\pi\}$ ?

[illegible]

```
<?xml version='1.0'?>
<listok number = '21 $\frac{1}{2}$ ' description='Комплексные числа' type='1' date='09.2015'>
  <problem group='1' type='0'>1a</problem>
  <problem group='1' type='0'>1б</problem>
  <problem group='1' type='0'>1в</problem>
  <problem group='2' type='0'>2а</problem>
  <problem group='2' type='0'>2б</problem>
  <problem group='2' type='0'>2в</problem>
  <problem group='3' type='0'>3а</problem>
  <problem group='3' type='0'>3б</problem>
  <problem group='3' type='0'>3в</problem>
  <problem group='3' type='0'>3г</problem>
  <problem group='3' type='0'>3д</problem>
  <problem group='3' type='0'>3е</problem>
  <problem group='4' type='0'>4а</problem>
  <problem group='4' type='0'>4б</problem>
  <problem group='4' type='0'>4в</problem>
  <problem group='4' type='0'>4г</problem>
  <problem group='4' type='0'>4д</problem>
  <problem group='4' type='0'>4е</problem>
  <problem group='4' type='0'>4ж</problem>
  <problem group='4' type='0'>4з</problem>
  <problem group='5' type='0'>5</problem>
  <problem group='6' type='0'>6а</problem>
  <problem group='6' type='0'>6б</problem>
  <problem group='6' type='0'>6в</problem>
  <problem group='6' type='0'>6г</problem>
  <problem group='6' type='0'>6д</problem>
  <problem group='6' type='0'>6е</problem>
  <problem group='7' type='0'>7а</problem>
  <problem group='7' type='1'>7б</problem>
  <problem group='8' type='1'>8</problem>
</listok>
```