Робот имеет конечную память и способен выполнять программу конечной длины (как иногда говорят, он обладает конечным множеством состояний). У робота есть несколько флажков. Робот умеет:

— попав в клетку, проверить, есть ли там флажок;

— сдвинуться на одну из соседних клеток (на клетчатой плоскости — влево, вправо, вверх, вниз);

— установить или снять флажок в клетке, где робот находится.

Задача 1. Робот с двумя флажками стоит на одной из клеток бесконечной клетчатой полоски шириной в одну клетку. Как ему действовать, чтобы обойти полоску, т.е. побывать на каждой ее клетке хотя бы раз?

Задача 2. Сможет ли робот обойти клетчатую плоскость, имея всего **а)** четыре флажка; **б)** три флажка?

Задача 3*. На плоскость высадили двух совершенно одинаковых роботов. У каждого несколько флажков. Робот отличает свои флажки от чужих. Как им встретиться? Программы у них должны быть одинаковые.

Задача 4. **а)** Штаб математиков состоит из нескольких комнат, соединённых коридорами по циклу. В каждой комнате стоит доска. Шпион оказался в одной из комнат, и у него есть мел. Как ему определить количество комнат в штабе, если он может ходить по комнатам здания, писать мелом на доске и стирать с доски? (Изначально на досках может быть что-нибудь написано; шпион не может выносить доску из комнаты.)

б) Пусть комнаты штаба математиков соединены коридорами произвольным образом. Как шпиону нарисовать на одной из досок план штаба?

Задача 5. Человек ходит вдоль обширного забора многоугольной формы, меряет углы. Известно, что у забора одна калитка. Может ли человек понять, снаружи он или же за забором?

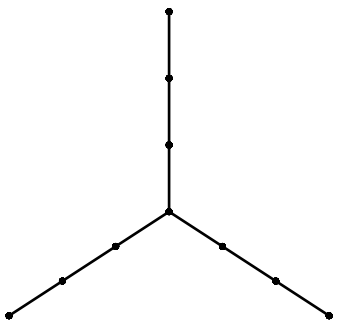
Задача 6. Король объявил сотне мудрецов, что устроит им испытание. Мудрецам завяжут глаза, наденут каждому на голову чёрный или белый колпак, построят в колонну и развяжут глаза. Затем мудрецы по очереди, начиная с последнего, будут называть цвет своего колпака. Кто ошибётся — тому голову с плеч. Сколько мудрецов гарантированно может спастись? (Каждый видит всех впереди стоящих; у мудрецов до испытания есть время, чтобы договориться.)

Задача 7. Лабиринт имеет вид клетчатого квадрата 4×4, его граница и ещё некоторые стороны клеток являются стенами. В лабиринте в левом верхнем углу стоит робот. Он может ходить в любую из четырёх сторон, если там нет стены. Если робот оказывается в правом нижнем углу, то он выходит из лабиринта. Существует ли последовательность команд (каждая команда — «вверх», «вниз», «вправо» или «влево»), выполняя которую робот обязательно выйдет из любого лабиринта? («Невыполнимые» команды робот пропускает.)

Задача 8. **а)** На поле боя на одной линии расположены несколько окопов, соседние окопы соединены дорожками. В одном из окопов сидит партизан. Днём пушка стреляет по одному из окопов, а ночью партизан перебегает в соседний окоп. Может ли пушка за несколько дней гарантированно попасть по окопу с партизаном?

б) Пусть окопы расположены на поле и соединены дорожками произвольным образом, образуя некоторый граф. Известно, что пушка может за несколько дней гарантированно попасть по окопу с партизаном. Докажите, что имеющийся граф — дерево.

в) Пусть окопы с дорожками образуют граф, изображённый на рисунке справа. Покажите, что пушка не может гарантировать попадание по окопу с партизаном ни за какое количество выстрелов.



г)* Найдите все графы из окопов и дорожек, для которых пушка может гарантировать попадание по окопу с партизаном за несколько выстрелов.

Задача 9. У входа в пещеру стоит барабан, на нем по кругу через равные промежутки расположены N одинаковых с виду бочонков. Внутри каждого бочонка лежит селедка — либо головой вверх, либо головой вниз, но где как — не видно (бочонки закрыты). За один ход Али-Баба выбирает любой набор бочонков (от 1 до N штук) и переворачивает их все. После этого барабан приходит во вращение, а когда останавливается, Али-Баба не может определить, какие бочонки перевернуты. Пещера откроется, если при вращения барабана все N селедок будут расположены головами в одну сторону. Может ли Али-Баба открыть пещеру, если **а)** $N=2$; **б)** $N=4$; **в)** N нечётно; **г)*** $N=2^k$. **д)*** При каких N Али-Баба может открыть пещеру?

Задача 10*. Идеальный солдат может находиться в конечном числе состояний, предписываемых уставом, совершать предписываемые уставом действия, отдавать фиксированный набор сообщений соседям по строю (налево или направо), принимать сообщения, понимая, с какой стороны они пришли, осознавать, крайний ли он. На каждое действие идеальный солдат тратит определенное время. Напишите устав, чтобы выстроенные в шеренгу идеальные солдаты, обменявшись уставными сообщениями после того, как самому левому дана команда стрелять, выстрелили одновременно. (В шеренге может быть большое число солдат, заранее неизвестное.)

1	2 а	2 б	3	4 а	4 б	5	6	7	8 а	8 б	8 в	8 г	9 а	9 б	9 в	9 г	9 д	10